

Team Dosen PDA

S1-TT

Universitas Telkom
Fakultas Teknik Elektro
Jurusan Telekomunikasi



Variabel

Kompleks

Aplikasi Persamaan Differensial Orde Dua pada Rangkaian RLC

Program Studi Teknik Telekomunikasi

22 September 2019

1 Aplikasi Rangkaian RLC

Materi

Aplikasi persamaan differensial linier Orde 2 pada slide ini adalah

- 1 Rangkaian LC seri
- 2 Rangkaian RLC seri

Sifat dari komponen RLC

- 1 Tegangan pada R:

$$V_R = iR$$

- 2 Tegangan yang L :

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

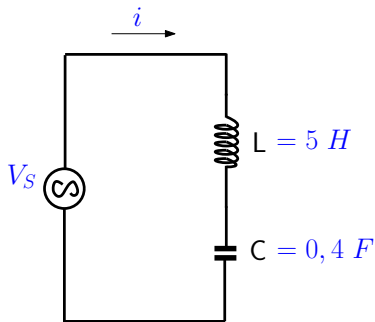
- 3 Arus yang mengalir pada Kapasitor:

$$i = C \frac{dV_c}{dt}$$

Rangkaian LC seri

Diberikan Rangkaian LC seri berikut. Tentukan solusi khusus arus i jika tegangan sumber adalah: $V_S = 3 \cos t$ dengan $i(0) = 1$.

Jawab:

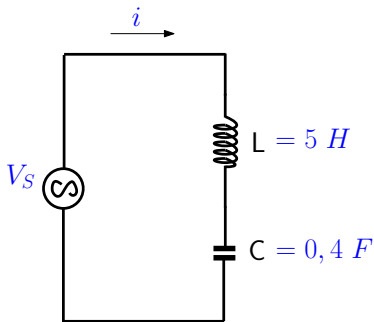


- 1 $V_S = V_L + V_C = L \frac{di}{dt} + V_C$
- 2 Arus listrik yang mengalir pada Kapasitor adalah sama dengan i : $i = C \frac{dV_C}{dt}$
- 3 Dengan demikian:
 $V_S = LC \frac{d^2 V_C}{dt^2} + V_C$
- 4 Susun ulang dan masukkan nilai L dan C :
 $2 \frac{d^2 V_C}{dt^2} + V_C = 3 \cos t$
- 5 Atau : $\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{1}{2} V_C = \frac{3}{2} \cos t$

Rangkaian LC seri

Diberikan Rangkaian LC seri berikut. Tentukan solusi khusus untuk tegangan V_C jika tegangan sumber adalah: $V_S = 3 \cos t$ dengan syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V_C'(0) = 1$.

Jawab:



- 1 $V_S = V_L + V_C = L \frac{di}{dt} + V_C$
- 2 Arus listrik yang mengalir pada Kapasitor adalah sama dengan i : $i = C \frac{dV_C}{dt}$
- 3 Dengan demikian:
 $V_S = LC \frac{d^2 V_C}{dt^2} + V_C$
- 4 Susun ulang dan masukkan nilai L dan C :
 $2 \frac{d^2 V_C}{dt^2} + V_C = 3 \cos t$
- 5 Atau : $\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{1}{2} V_C = \frac{3}{2} \cos t$

Contoh... lanjutan

Jawab... lanjutan...:

- 1 $\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{1}{2} V_C = \frac{3}{2} \cos t$
- 2 Solusi Homogen:
Persamaan Karakteristik:
 $r^2 + \frac{1}{2} = 0 \implies r_{12} = 0 \pm i \frac{1}{\sqrt{2}}$
- 3 Dengan demikian solusi homogen:
 $V_U = c_1 \sin \frac{1}{\sqrt{2}} t + c_2 \cos \frac{1}{\sqrt{2}} t$
- 4 Solusi Partikular dimisalkan:
 $V_C = A \sin t + B \cos t$
- 5 $V'_P = A \cos t - B \sin t$ dan
 $V''_P = -A \sin t - B \cos t$

- 1 Substitusi y_P dan y''_P ke PD:
 $-A \sin t - B \cos t + \frac{1}{2}(A \sin t + B \cos t) = \frac{3}{2} \cos t$
- 2 $\frac{1}{2} A \sin t + \frac{1}{2} B \cos t = \frac{3}{2} \cos t$
- 3 Samakan koef Sin dan Cos:
 $A = 0; B = 3$ Dengan demikian solusi partikular:
 $V_P = 3 \cos t$
- 4 Solusi Total
 $V_T = V_U + V_P = c_1 \sin \frac{1}{\sqrt{2}} t + c_2 \cos \frac{1}{\sqrt{2}} t + 3 \cos t$
- 5 Untuk memperoleh kontanta c_1 dan c_2 dimasukkan syarat batas: $V_C(0) = 0$ dan

Ianjutan...

- 1 Syarat batas: $V(0)=0$:

$$0 = c_1 \sin \frac{1}{\sqrt{2}} 0 + c_2 \cos \frac{1}{\sqrt{2}} 0 + 3 \cos 0 = c_2 + 3 \implies c_2 = -3$$

- 2 Syarat batas: $V'(0)=1$:

$$1 = c_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{1}{\sqrt{2}} 0 - c_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{1}{\sqrt{2}} 0 - 3 \cos 0 = \frac{c_1}{\sqrt{2}} - 3 \implies c_1 = 4\sqrt{2}$$

- 3 Dengan demikian arus yang mengalir adalah:

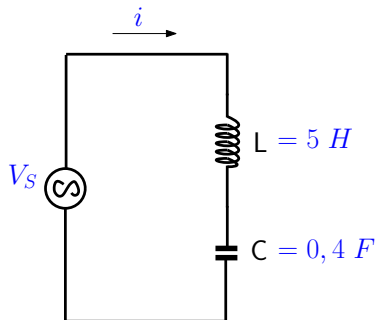
$$V_C = 4\sqrt{2} \sin \frac{1}{\sqrt{2}} t - 3 \cos \frac{1}{\sqrt{2}} t + 3 \cos t$$

Rangkaian LC seri

Diberikan Rangkaian LC seri berikut. Tentukan solusi khusus untuk tegangan V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = 2 \sin 2t$ dengan syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V'(0) = 1$.

Jawab:

1

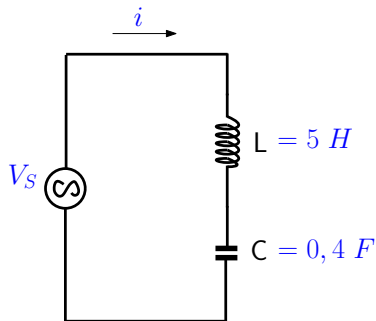


Rangkaian LC seri

Diberikan Rangkaian LC seri berikut. Tentukan solusi khusus untuk tegangan V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = e^{-2t}$ dengan syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V'(0) = 1$.

Jawab:

1

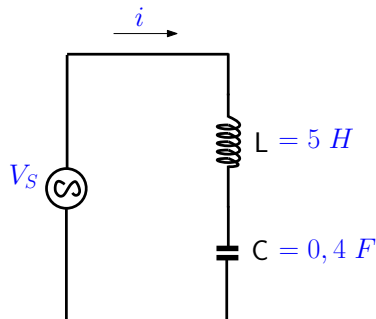


Rangkaian LC seri

Diberikan Rangkaian LC seri berikut. Tentukan solusi khusus untuk tegangan V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = 5$ dengan syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V'(0) = 1$. Tentukan pula arus i .

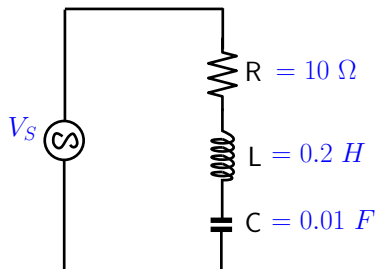
Jawab:

1



Rangkaian RLC

Diberikan Rangkaian RLC seri berikut. Tentukan Tegangan pada Kapasitor V_C jika tegangan sumber adalah: $V_S = 3 \cos t$ dan syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V'_C(0) = 1$



- 1 $V_S = V_R + V_L + V_C = iR + L \frac{di}{dt} + V_C$
- 2 arus pada Kapasitor: $i = C \frac{dV}{dt}$ dan substitusikan ke pers sebelumnya:
- 3 $V_S = C \frac{dV_C}{dt} + R + L \frac{d}{dt} \frac{dV_C}{dt} + V_C$

Contoh... Lanjutan...

- 4 Susun ulang hasil terakhir:

$$LC \frac{d^2 V_C}{dt^2} + RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V_S$$

5 $0,002 \frac{d^2 V_C}{dt^2} + 0,1 \frac{dV_C}{dt} + V_C = 3 \cos t$

6 $\frac{d^2 V_C}{dt^2} + 50 \frac{dV_C}{dt} + 500 V_C = 1500 \cos t$

- 7 Solusi homogen: Persamaan PK:

$$r^2 + 50r + 500 = 0 \implies r_1 = -13,6 \text{ dan } r_2 = -36,2$$

8 $V_U = c_1 e^{-13,6t} + c_2 e^{-36,2t}$

9 Solusi partikular dimisalkan: $V_P = A \sin t + B \cos t \implies$
 $V'_P = A \cos t - B \sin t \implies V''_P = -A \sin t - B \cos t$

Contoh... Lanjutan...

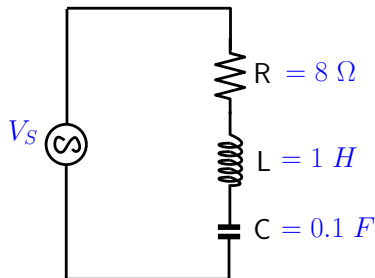
- 10 Substitusi ke persamaan semula: $-A \sin t - B \cos t + 50A \cos t - 50B \sin t + 500A \sin t + 500B \cos t = 1500 \cos t$
- 11 Samakan suku SIN : $500A - 50B = 0 \implies B = 10A \dots (1)$
- 12 Samakan suku COS:
- $$50A + 500B = 1500 \implies \text{(Substitusi: } B=10A) \quad 5050A = 1500 \implies A = 0,297 \implies B = 2,97$$
- 13 Solusi partikular $V_P = 0,297 \sin t + 2,97 \cos t$
- 14 Solusi Total:
- $$V_C = V_U + V_P = c_1 e^{-13,6t} + c_2 e^{-36,2t} + 0,297 \sin t + 2,97 \cos t$$
- 15 Mencari c_1 dan c_2 dengan syarat batas $V(0)$ dan $V'(0)$

Rangkaian RLC

Diberikan Rangkaian RLC seri berikut. Tentukan Tegangan pada Kapasitor V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = \sin 3t$ dan syarat batas $V_C(0) = 1$ dan $V'_C(0) = 1$

Jawab :

1

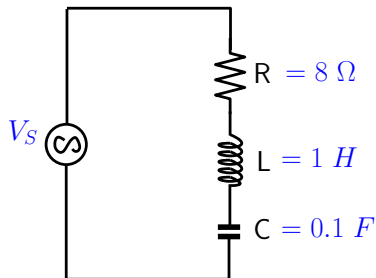


Rangkaian RLC

Diberikan Rangkaian RLC seri berikut. Tentukan Tegangan pada Kapasitor V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = 2e^{-3t}$ dan syarat batas $V_C(0) = 1$ dan $V'_C(0) = 1$

Jawab :

1

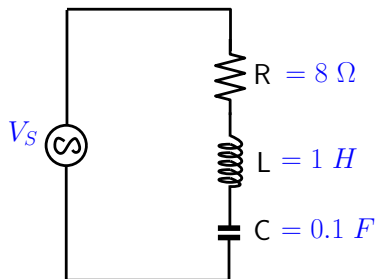


Rangkaian RLC

Diberikan Rangkaian RLC seri berikut. Tentukan Tegangan pada Kapasitor V_C jika tegangan sumber adalah: $V_s = 5$ dan syarat batas $V_C(0) = 1$ dan $V'_C(0) = 1$

Jawab :

1



LATIHAN

Dengan menggunakan sumber tegangan yang sama: $V_s = 3 \sin t$ serta syarat batas $V_C(0) = 0$ dan $V_C'(0) = 1$, tentukan arus (i) yang mengalir pada a) Rangkaian LC (Gambar kiri) dan b) RLC (Gambar kanan)!

