

Team Dosen PDA

S1-TT

Universitas Telkom
Fakultas Teknik Elektro
Jurusan Telekomunikasi



Persamaan
Diferensial
dan
Aplikasi

Lecture 6 : Persamaan Diffensial Linier Orde Satu

Program Studi Teknik Telekomunikasi

August 27, 2019

Faculty of Electrical Engineering, Telkom University

1 PD Linier

Tujuan

- 1 Mahasiswa memahami bentuk PD Linier orde 1
- 2 Mahasiswa dapat menyelesaikan PD Linier orde 1

Persamaan Differensial Linier Orde 1

PD yang dapat disederhanakan menjadi bentuk:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Disebut sebagai PD Linier orde 1.

Contoh:

- 1 $\frac{dy}{dx} + 2xy = x^2 + 1 \implies$ Linier orde 1
- 2 $\frac{dy}{dx} + 5y = 1 \implies$ Linier orde 1
- 3 $\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0 \implies$ Tidak linier karena suku y^2
- 4 $\frac{d^2y}{dx^2} + 5xy = 2x + 5 \implies$ Linier namun orde 2
- 5 $\frac{dy}{dx} + y/x = 5 \implies \dots\dots$
- 6 $\frac{dy}{dx} + x/y = 1 \implies \dots\dots$

Persamaan Differensial Linier Orde 1

$$1 \quad \frac{dy}{dx} + (x^2 + y^2) = 5x \implies \dots\dots$$

$$2 \quad \frac{dy}{dx} + x^2y = y^2 \implies \dots\dots$$

$$3 \quad \frac{dy}{dx} + 2xy = 0 \implies \dots\dots$$

$$4 \quad \frac{dy}{dx} = 5x \implies \dots\dots$$

$$5 \quad \frac{dy}{dx} + y^2 = 0 \implies \dots\dots$$

$$6 \quad \frac{1}{y} \frac{d^2y}{dx^2} + 5x^2 = 0 \implies \dots\dots$$

$$7 \quad \frac{1}{y} \frac{d^2y}{dx^2} + 5x^2 = 1 \implies \dots\dots$$

Catatan : $P(x)$ dan $Q(x)$ dimungkinkan 0.

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Untuk menyelesaikan PD Linier orde 1:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Tahapannya adalah:

1 Kalikan kedua ruas dengan faktor: $J = e^{\int P(x) dx}$

2 $J \cdot \frac{dy}{dx} + J \cdot P(x)y = J \cdot Q(x)$

3 Ruas kiri dapat disederhanakan yaitu:

$$J \cdot \frac{dy}{dx} + J \cdot P(x)y = \frac{d(y \cdot J)}{dx}$$

4 Oleh karena itu: $\frac{d(y \cdot J)}{dx} = J \cdot Q(x)$

5 Sehingga : $y \cdot J = \int J \cdot Q(x) dx$

6 Atau:

$$y = \frac{\int J \cdot Q(x) dx}{J}$$

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Contoh: selesaikan PD:

$$\frac{dy}{dx} - 3xy = 5x$$

Jawab:

- 1 PD ini linier dengan $P(x) = -3x$ dan $Q(x) = 5x$
- 2 Hitung: $\int P(x) dx = \int -3x dx = -\frac{3}{2}x^2$
- 3 Dengan demikian faktor pengali: $J = e^{\int P(x) dx} = e^{-\frac{3}{2}x^2}$
- 4 Solusi PD:

$$y = \frac{\int J \cdot Q(x) dx}{J} = \frac{\int e^{-\frac{3}{2}x^2} \cdot 5x dx}{e^{-\frac{3}{2}x^2}} = \frac{-\frac{5}{3}e^{-\frac{3}{2}x^2} + C}{e^{-\frac{3}{2}x^2}}$$

- 5 Dengan demikian: $y = -\frac{5}{3} + C \cdot e^{-\frac{3}{2}x^2}$

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Selesaikan PD:

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$$

Jawab:

.....

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Selesaikan PD:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2 + 2x + 3$$

Jawab:

.....

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Selesaikan PD:

$$(x - 2) \frac{dy}{dx} = y - 2(x - 2)^3$$

Jawab:

.....

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Selesaikan PD (Note: $\int \cot x \, dx = \ln \sin x$):

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = e^{\cos x}$$

Jawab:

.....

Persamaan Differensial Linier Orde 1

Selesaikan PD :

$$\frac{dy}{dx} + 5y = 4$$

Jawab:

.....

Latihan

Dengan metode faktor integrasi, selesaikan soal berikut:

1 $\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$

2 $y \frac{dy}{dx} + 2xy = 5x$

3 $\frac{dy}{dx} - \frac{5}{x}y = x^2 + 2x - 3$

4 $\frac{dy}{dx} = y - 1$, dengan kondisi awal $y(0) = 2$

5 $\frac{dy}{dx} - x^2y = 2x^2$, dengan syarat batas $y(1) = 6$