

Variabel Kompleks (VARKOM)

Pertemuan 23 : Deret dan Transformasi
Fourier (Bagian I)

Oleh : Team Dosen Varkom S1-TT

Versi : November 2018

Tujuan Perkuliahan

- 1 **Mempelajari tentang Fungsi Periodik (Bagian I)**
- 2 Mempelajari Deret Fourier Fungsi Periodik (Bagian II)
- 3 Mempelajari tentang Transformasi Fourier beserta sifat-sifatnya (Bagian III)
- 4 Transformasi Fourier mempelajari tentang inverse transformasi Fourier (Bagian IV)

Catatan Awal

Transformasi Fourier bekerja pada fungsi riil untuk menghasilkan fungsi kompleks.

Transformasi Fourier memegang peranan sangat penting dalam:

- ➊ Analisis dan Pengolahan sinyal
- ➋ Sistem komunikasi
- ➌ Pengolahan citra

Sebagai persiapan untuk materi deret Fourier, maka akan diulas tentang **fungsi periodik** terlebih dahulu.

Daftar Isi

- 1 Pengantar Fungsi Periodik
- 2 Persamaan
- 3 Menggambar
- 4 Sinusoidal

Fungsi dan sinyal

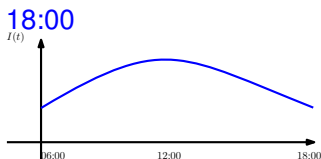
Review fungsi

- 1 secara umum fungsi $f(\cdot)$ memetakan **suatu nilai** ke **nilai lain**
- 2 pada dimensi ruang, fungsi $f(x)$ dapat menyatakan tekanan udara berdasarkan ketinggian (x adalah **ketinggian**)
- 3 pada dimensi waktu, fungsi $f(t)$ misalnya menyatakan harga tukar rupiah terhadap dolar dari **waktu ke waktu** (t).
- 4 Fungsi dalam waktu ($f(t)$) disebut juga **sinyal** sebagai fungsi waktu
- 5 Fungsi dalam waktu atau **sinyal** adalah **materi kajian utama dalam teknik elektro** (Sinyal listrik, sinyal suara, gelombang elektromagnetik, dan sebagainya).
- 6 Pada materi deret dan transformasi Fourier ini, istilah **fungsi dalam waktu $f(t)$** dan **sinyal** akan dipakai dan mengacu pada hal yang sama.

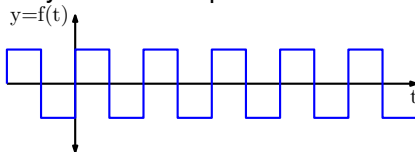
Fungsi dan sinyal

Contoh fungsi waktu

- 1 Intensitas cahaya matahari I dari pukul 06:00 sampai pukul



- 2 Rekaman Intensitas suara dalam durasi 10 detik.
- 3 Tegangan listrik PLN yang diukur selama 0.1 detik
- 4 Sinyal **clock** komputer



- 5 dsb

Fungsi periodik

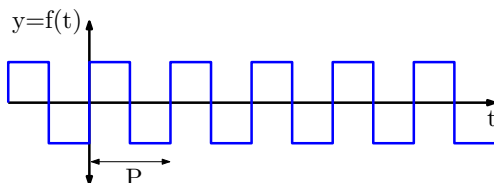
Definisi: fungsi $f(t)$ periodik dengan periode P jika

$$f(t) = f(t + P)$$

Contoh Fungsi periodik

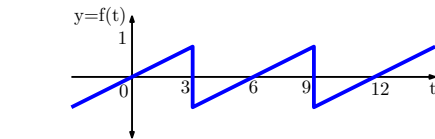
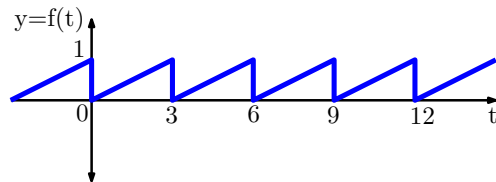
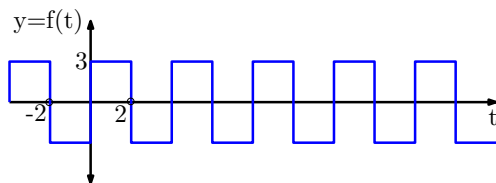
- ➊ Fungsi sinusoidal
- ➋ Fungsi gergaji
- ➌ Fungsi gergaji persegi
- ➍ dsb

Secara fisis : **Fungsi periodik** memiliki amplitudo berulang setelah lebar P .



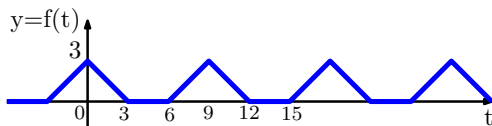
Fungsi periodik

Contoh: Tentukan perioda dari beberapa fungsi berikut:

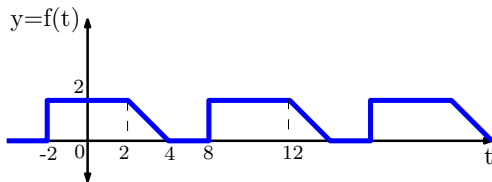


Fungsi periodik

Contoh (lanjutan):



(d)



(e)

Menentukan persamaan fungsi periodik

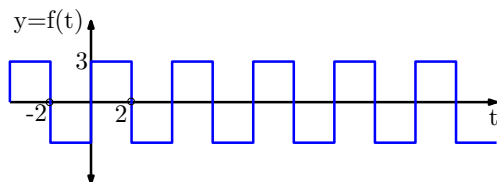
Untuk menentukan persamaan fungsi periodik maka diperlukan:

- 1 Penentuan perioda fungsi (**B**)
- 2 Ambil interval sepanjang satu **P** (misalnya dari 0 sampai **P**, atau dari $-P/2$ sampai $P/2$, dsb).
- 3 Menentukan persamaan dalam interval satu perioda tersebut.
- 4 Menentukan persamaan fungsi periodik dengan menulis persamaan dalam satu perioda beserta periodanya

Perhatikan contoh pada slide berikut...

Menentukan persamaan fungsi periodik

Tentukan persamaan fungsi berikut:



- 1 Periode fungsi adalah 4.
- 2 Diambil interval $[0 \rightarrow 4]$ (dapat pula dipilih $[-2 \rightarrow 2]$)
- 3 Persamaan dalam interval tersebut:

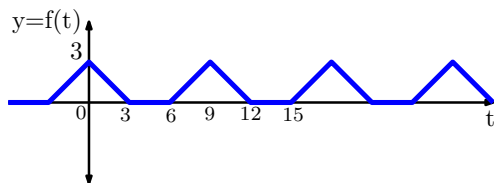
$$f(t) = \begin{cases} 3 & \text{untuk } 0 \leq t \leq 2 \\ -3 & \text{untuk } 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

- 4 Menentukan persamaan fungsi periodik

$$f(t) = \begin{cases} 3 & \text{untuk } 0 \leq t \leq 2 \\ -3 & \text{untuk } 2 \leq t \leq 4 \end{cases}, P = 4$$

Menentukan persamaan fungsi periodik

Tentukan persamaan fungsi berikut:



- 1 Periode fungsi adalah
- 2 Diambil interval Periode $[0 \rightarrow 9]$
- 3 Persamaan pada $t: [0 \rightarrow 3]:$
- 4 Persamaan

$$f(t) = \dots$$

Pada $t: [3 \rightarrow 6]:$

$$f(t) = \dots$$

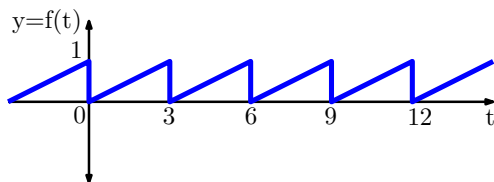
Pada $t: [6 \rightarrow 9]:$

$$f(t) = \dots$$

$$f(t) =$$

Menentukan persamaan fungsi periodik

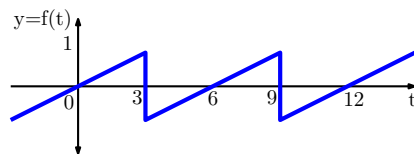
Tentukan persamaan fungsi berikut:



1 Jawab:

Menentukan persamaan fungsi periodik

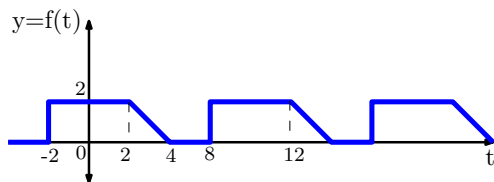
Tentukan persamaan fungsi berikut:



1 Jawab:

Menentukan persamaan fungsi periodik

Tentukan persamaan fungsi berikut:



1 Jawab:

Menggambar fungsi periodik

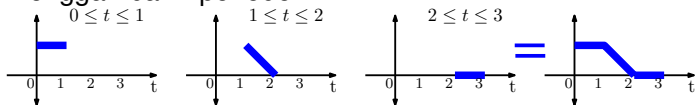
Untuk menggambar fungsi periodik $f(t)$, cukup digambar satu periode kemudian mengulangi bentuk satu periode.

1 **Contoh:** Gambarkan fungsi:

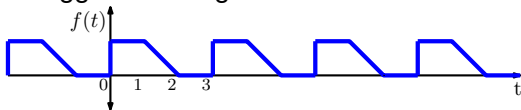
$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{untuk } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 - t & \text{untuk } 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{untuk } 2 \leq t \leq 3 \end{cases} \quad \text{Jawab :}$$

2 Panjang periode $P = 4$ ($[0 \rightarrow 3]$)

3 Menggambar 1 periode :



4 Menggambar fungsi:



Menggambar fungsi periodik

Contoh lain: Gambarkan fungsi:

$$f(t) = \begin{cases} -t & \text{untuk } -2 \leq t \leq 2 \end{cases}, P = 4$$

1 Jawab :

Menggambar fungsi periodik

Contoh lain: Gambarkan fungsi:

$$f(t) = \begin{cases} t + 1 & \text{untuk } -2 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{untuk } 2 \leq t \leq 4 \end{cases}, P = 6$$

Jawab :

①

Periode Fungsi Sinusoidal

- 1 Fungsi $f(t) = \sin(kt)$ dan $f(t) = \cos(kt)$ periodik dengan periode $P = \frac{2\pi}{k}$
- 2 Fungsi $f(t) = \tan(kt)$ dan $f(t) = \cot(kt)$ periodik dengan periode $P = \frac{\pi}{k}$
- 3 Bentuk lain, seperti $\cos^2(kt)$, $\sin^2(kt)$, $\cos^3(kt)$, $\sin^3(kt)$, dsb, harus disederhanakan menjadi bentuk $\sin(mkt)$ atau $\cos(mkt)$ terlebih dahulu.
- 4 Jika $f_1(t)$ periodik dengan periode P_1 , $f_2(t)$ periodik dengan periode P_2 , \dots , $f_N(t)$ periodik dengan periode P_N maka $f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_N(t)$ periodik dengan periode $\text{KPK}(P_1, P_2, \dots, P_N)$

Fungsi periodik

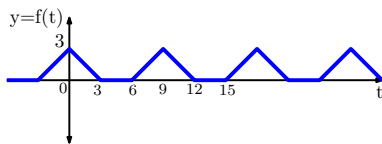
Contoh:

- 1 Tentukan periode dari $f(t) = \sin 2t$
- 2 Tentukan periode dari $f(t) = \tan t + \sin 3t$
- 3 Tentukan periode dari $f(t) = \tan 2t + \cos t + \cot 3t$
- 4 Tentukan periode dari $f(t) = \cos^2 t - \sin \frac{t}{3}$

Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil

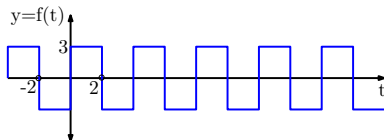
- 1 Fungsi periodik $f(t)$ disebut fungsi periodik genap, jika $f(t)$ periodik dan $f(-t) = f(t)$

Contoh fungsi periodik genap:



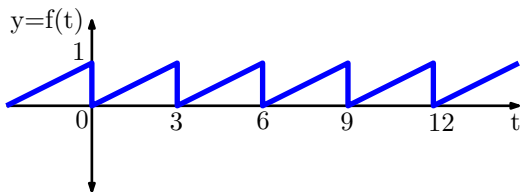
- 2 Fungsi periodik $f(t)$ disebut fungsi periodik ganjil, jika $f(t)$ periodik dan $f(-t) = -f(t)$

Contoh fungsi periodik ganjil:

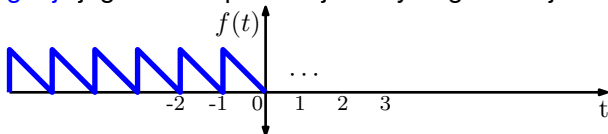


Periode fungsi sinusoidal

- 1 Fungsi $f(t) = \sin at$ adalah fungsi periodik (Ganjil/Genap) ?
- 2 Fungsi $f(t) = \cos at$ adalah fungsi periodik (Ganjil/Genap) ?
- 3 Apakah fungsi berikut periodik ganjil atau genap atau bukan keduanya?

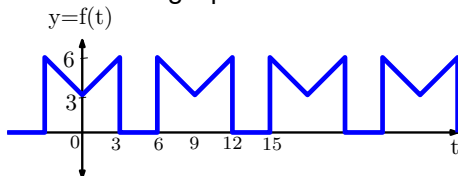


- 4 Sketsa lanjutan fungsi berikut untuk $t > 0$ agar menjadi fungsi ganjil juga sketsa pula lanjutannya agar menjadi fungsi genap!



Latihan

- 1 Diberikan fungsi periodik berikut:



- 1 Tentukan **periode** dari **fungsi periodik** tersebut.
 - 2 Apakah fungsi tersebut fungsi **genap/ganjil**?
 - 3 Tentukan **persamaan** fungsi periodik tersebut.
- 2 Gambarkan fungsi periodik:

$$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{untuk } 0 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{untuk } -3 \leq t \leq 0 \end{cases} \quad \text{dengan } P = 6.$$

- 3 Tentukan periode dari fungsi periodik:

1 $f(t) = \cos^2 t + \sin t$

2 $f(t) = \sin^2 \pi t + \tan \frac{\pi t}{2}$